Prof. Dr. D. Egorova
Prof. Dr. B. Hartke

WiSe 2014/15
Blatt 1
ab 3.11.2014

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Chemiker 1

Ankündigungen

Übungsbeginn:	45. KW
Aktuelles:	`http://theochem.pctc.uni-kiel.de/mathe.html`

Übungen

$\boxed{\text{S}}$: Aufgaben zum Vorrechnen durch Studierende
$\boxed{\text{X}}$: zusätzliche Aufgaben

Komplexe Zahlen

1. Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $x + iy$, mit $x, y \in \mathbb{R}$:

   (a) $\dfrac{2+i}{1-2i}$ $\boxed{\text{S}}$(b) $\dfrac{(1+i)(2-i)}{1-i}$ $\boxed{\text{X}}$(c) $\dfrac{(1+2i)^2}{2+3i}$.

2. Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = 1 + i$ und $z_2 = \sqrt{3} - i$.

   (a) Veranschaulichen Sie die Lage von z_1 und z_2 in der komplexen Zahlenebene und zeichnen Sie die Polarkoordinaten ein.

   (b) Schätzen Sie mit Hilfe der Polardarstellung die Lage des Produktes $z_1 \cdot z_2$.

   (c) Berechnen Sie folgende Zahlen: $z_1 \cdot z_2$, $z_1 \cdot z_2^*$, $|z_1 \cdot z_2|$, $|z_1 \cdot z_2^*|$, z_1/z_2.

3. Skizzieren Sie in der komplexen Zahlenebene die Menge

   $$\mathcal{M} := \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2| < 2\}.$$

4. $\boxed{\text{S}}$ Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_2 = \sqrt{3} - i$ und $z_3 = 1 + i\sqrt{3}$.

   (a) Bestimmen Sie die Polardarstellung von z_2, z_3, z_2^* und z_3^*.

   (b) Berechnen Sie $z_2 \cdot z_2^*$ und $z_3 \cdot z_3^*$ in der Polardarstellung.

   (c) Benutzen Sie die Polardarstellung um z_2^4 und z_3^4 zu berechnen und vergleichen Sie die Ergebnisse.

5. Bestimmen Sie die Polardarstellung $z = re^{i\phi}$ von

   (a) $z = (1-i)^7$ $\quad$ $\boxed{\text{S}}$(b) $z = \dfrac{2}{1-i}$ $\quad$ $\boxed{\text{S}}$(c) $z = -1-i$.

6. Berechnen Sie alle komplexen Lösungen z der folgenden Gleichungen und skizzieren Sie die Lösungen in der komplexen Zahlenebene.
   (a) $z^2 = \sqrt{3} + i$ $\quad$ $\boxed{\text{S}}$(b) $z^3 = -1$

Kombinatorik

7. (a) Wieviele Möglichkeiten gibt es, n verschiedene Gegenstände auf n Boxen aufzuteilen, wobei in jeder Box nur Platz für einen Gegenstand ist?
   (b) Wieviele Ergebnisse gibt es für eine Ziehung von m aus n Gegenständen, wobei die Reihenfolge keine Rolle spielt?

8. $\boxed{\text{S}}$ Drei Substituenten sollen an vier verschiedenartige Molekülgerüstplätze angelagert werden. Wie viele verschiedene Moleküle lassen sich so bilden, wenn es sich um (a) verschiedene bzw. (b) gleiche Substituenten handelt?

Vollständige Induktion

9. (a) Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für $n \in \mathbb{N}$ gilt:
   $$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} .$$
   (b) $\boxed{\text{S}}$ $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{4k^2-1} = \frac{n}{2n+1}$
   (c) $\boxed{\text{X}}$ $\displaystyle\prod_{k=1}^{n} \left(\frac{k+1}{k}\right) = n+1$

10. Berechnen Sie die folgenden Summen:

    (a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5} (3k-9)$ $\quad$ $\boxed{\text{S}}$(b) $\displaystyle\sum_{j=1}^{5} j(j-1)$.