Prof. Dr. D. Egorova
Prof. Dr. B. Hartke

WiSe 2014/15
Blatt 2
ab 10.11.2014

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Chemiker 1

Ankündigungen

Aktuelles: http://theochem.pctc.uni-kiel.de/mathe.html

voraussichtliche Termine Zwischentests: 27.11.2014, 18.12.2014, 29.01.2015, 15-16 Uhr

Übungsaufgaben

Elementare Funktionen

1. Klassifizieren Sie die folgenden Funktionen gemäss ihrer Symmetrie, d.h. geben Sie an, welche Funktionen f_i gerade bzw. ungerade sind:

   $f_1(x) = (x-1)^2 \quad , \quad f_2(x) = x^2 - 1 \quad , \quad f_3(x) = x^3 \quad .$

   Begründen Sie Ihre Antwort anhand der Definition und skizzieren Sie die Graphen von f_i für $x \in [-2, 2]$.

2. Geben Sie (argumentativ, ohne Beweis) zu folgenden Funktionen jeweils ein Intervall an, in dem die Funktion monoton ist, und bilden Sie dort die Umkehrfunktion:

   $(a)\ f(x) = \frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1} \quad , \qquad (b)\ f(x) = \sin(\arctan(x)) \quad , \qquad (c)\ \boxed{\text{S}}\ f(x) = \ln(\tan(x^2))$

   Geben Sie dabei Definitions- und Wertebereiche an: für die ursprüngliche Funktion, für das gewählte monotone Intervall, und für die ermittelte Umkehrfunktion.

3. $\boxed{\text{S}}$ Gegeben sei die reelle lineare Funktion $f(x) = mx + b$, $m \neq 0$. Bestimmen Sie die zugehörige Umkehrfunktion. Welche linearen Funktionen sind identisch mit ihrer Umkehrfunktion (Skizze!)?

4. $\boxed{\text{X}}$ N_2O_5 zerfällt unimolekular gemäss $N(t) = N_0 \cdot \exp(-kt)$, wobei $N(t)$ die Konzentration von N_2O_5 zur Zeit t ist. Wie lange muss man warten, bis die Konzentration auf 1% der Ausgangskonzentration abgesunken ist? Die Zerfallskonstante sei gegeben durch: $k = 8{,}05 \cdot 10^{-5}\,\text{sec}^{-1}$.

5. $\boxed{\text{X}}$ Drücken Sie $\sin(3x)$ durch eine Summe von Produkten aus $\sin(x)$ und $\cos(x)$ aus. Hinweis: Benutzen Sie die Euler-Darstellung der trigonometrischen Funktionen, sowie die Identität $(a-b)[(a+b)^2 - ab] = a^3 - b^3 \ , \ a, b \in \mathbb{R}$.

6. Gegeben sei das Polynom $p(x) = 2x^4 + 2x^3 - 22x^2 + 2x - 24$, das eine Nullstelle bei $x = i$ besitzt.

   (a) Geben Sie eine zweite rein imaginäre Nullstelle von $p(x)$ an.

   (b) Bestimmen Sie nun die restlichen Nullstellen von $p(x)$ durch Polynomdivision oder Koeffizientenvergleich und schreiben Sie anschließend $p(x)$ als Produkt von Linearfaktoren.

7. $\boxed{\text{S}}$ Gegeben sei das Polynom $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 8x + 8$, welches bei $x_0 = 2$ eine Nullstelle aufweist. Führen Sie mit Hilfe des Koeffizientenvergleichs eine Zerlegung von $f(x)$ in Linearfaktoren durch. Wieviele reelle bzw. komplexe Nullstellen weist $f(x)$ auf?

8. Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von

   a) $\dfrac{1}{x^3 - 6x^2 + 9x}$ b) $f(x) = \dfrac{x + 13}{x^2 + 5x - 6}$ c) $\dfrac{25 - x^5}{x^4 + 4x^3 + 5x^2}$.

9. $\boxed{\text{S}}$ Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von

   a) $f(x) = \dfrac{4}{x^3 + 4x^2 + 4x}$ b) $f(x) = \dfrac{x + 4}{x^3 + x^2 - 2}$ c) $\dfrac{x^3 - 2x^2 - 1}{(x - 1)^2(x^2 + 1)}$

10. $\boxed{\text{X}}$ Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von

    a) $\dfrac{x^4 - x^3 - x - 1}{x^3 - x^2}$ b) $f(x) = \dfrac{2x^3 + 4x^2 + 5x + 5}{x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 5x + 2}$