Prof. Dr. D. Egorova
Prof. Dr. B. Hartke

WiSe 2014/2015
Blatt 5
ab 08.01.2015

Übungen zur Vorlesung
Mathematik für Chemiker 1

Ankündigungen

Übungsblätter & Aktuelles:	`http://theochem.pctc.uni-kiel.de/mathe.html`
3. Zwischentest:	29.01.2015, 15-16 Uhr

Übungsaufgaben

Integralrechnung

1. $\boxed{\text{S}}$ Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale $\int f(x)\mathrm{d}x$, indem Sie Stammfunktionen $F(x)$ bestimmen, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}F(x) = f(x)$,

$$\int f(x)\mathrm{d}x = F(x) + C$$

   (a) $\displaystyle\int \mathrm{e}^{\alpha x}\,\mathrm{d}x$

   (b) $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$

2. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

   a) $\displaystyle\int_0^1 (x^2 + e^x)\,\mathrm{d}x$ b) $\boxed{\text{S}}$ $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin(3x)\,\mathrm{d}x$

3. Berechnen Sie das folgende Integral mittels Partialbruchzerlegung:

$$\int \frac{x^3 - 2x^2 - 1}{(x^2+1)(x-1)^2}\,\mathrm{d}x$$

4. $\boxed{\text{X}}$ Lösen Sie die folgenden Integrale rationaler Funktionen:

   (a) $\displaystyle\int \frac{x+13}{x^2+5x-6}\,dx$, (b) $\displaystyle\int \frac{4\,dx}{x^3+4x^2+4x}$, (c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^3-x^2+2x-1}{x^2+1}\,dx$

5. Lösen Sie die folgenden Integrale durch geeignete Substitutionen:

   (a)$\boxed{\text{S}}$ $\displaystyle\int \sin(x)\cos^{-n}(x)\,dx$ (b)$\boxed{\text{S}}$ $\displaystyle\int \frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ (c) $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x}\,dx$

6. $\boxed{\text{S}}$ (Klausuraufgabe Mathematik für Chemiker 1, 26.2.2008)
Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \frac{x\,dx}{x^4 - 2x^2 + 1}$$

auf zwei verschiedene Arten:

(a) durch die Substitution $u = x^2$

(b) durch Partialbruchzerlegung.

Zeigen Sie, dass beide Resultate gleich sind.

7. Berechnen Sie folgende Integrale durch partielle Integration:

(a) $\int x^n \ln(x)\,,$ für $n \neq -1,$ (b) $\int\limits_0^\infty e^{-cx} \cos(bx)\,dx,$ für $c > 0,$ (c) $\int \sin^2(x)\,dx$

8. $\boxed{\text{S}}$ Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

a) $\int x \cdot e^{-\alpha x^2}\,\mathrm{d}x$ b) $\int x^2 \cos(x)\,\mathrm{d}x$

c) $\int \sin(x)\cos(x)\,\mathrm{d}x$

9. $\boxed{\text{S}}$ Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

a) $\int\limits_{-2}^{2} x^2 \cdot |x|\,\mathrm{d}x$ b) $\int\limits_0^1 \frac{x}{x+2}\,\mathrm{d}x$ c) $\int\limits_0^\pi x \cdot \sin(x)\,\mathrm{d}x$

10. Überprüfen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale existieren, und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

(a) $\int\limits_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{1-x}}\,\mathrm{d}x$ (b) $\boxed{\text{S}}$ $\int\limits_0^\infty e^{-x}\,\mathrm{d}x.$

11. $\boxed{\text{S}}$ (Klausuraufgabe Mathematik für Chemiker 1, 2.4.2009) Berechnen Sie das Integral

$$\int\limits_1^2 \ln(x-1)\,dx$$

auf folgendem Weg: Lösen Sie zunächst das zugehörige unbestimmte Integral. Dazu

(a) substituieren Sie $z = x - 1$

(b) und lösen das resultierende Integral in z mit Hilfe einer partiellen Integration durch Einschub eines zusätzlichen Faktors 1 im Integranden. Es resultiert: $z\ln(z) - z + C$. Substituieren Sie zurück in x.

(c) Benutzen Sie das Resultat, um das bestimmte Integral zu berechnen. Verwenden Sie einen passenden Limes-Ausdruck, um das Problem zu umgehen, daß der Integrand an der Untergrenze nicht definiert ist.

(d) Berechnen Sie den Limes nach l'Hospital.

(e) Wie lautet das Endergebnis für das angegebene, bestimmte Integral?