Prof. Dr. D. Egorova

SoSe 2013
Blatt 1
ab 10.4.2013

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Chemiker 2

Ankündigungen

Übungsbeginn:	Mittwoch, 10.4.2013, 8-9 Uhr
Aktuelles & Übungsblätter:	`http://theochem.pctc.uni-kiel.de/`
Vorlesungsskript:	`http://ravel.pctc.uni-kiel.de/` (Prof. Hartke)
Abschlußklausur:	Dienstag 9.7.2013, 10-12 Uhr

Achtung:
(*)-Aufgaben sind keine Pflichtaufgaben. Sie dienen als freiwillige Zusatz- bzw. Hausaufgaben (Korrektur auf Wunsch möglich) und können nach Vereinbarung mit den Assistenten in der Übung bzw. in der Zusatzübung besprochen werden.

Inhälte

1. Komplexe Zahlen
   Skript MfC 1: Kapitel 1
   Übungsblatt 1: Aufgaben 1-6

2. Vektorräume
   Skript MfC 2: Kapitel 2
   Übungsblatt 1: Aufgaben 7-9, Übungsblatt 2

3. Funktionenreihen (Fourier)
   Skript MfC 2: Kapitel 2
   Übungsblatt 3

4. Lineare Algebra
   Skript MfC 2: Kapitel 3
   Übungsblatt 4: Matrizen und Operatoren
   Übungsblatt 5: Determinanten, LGS, Eigenwertproblem

5. Differentialgleichungen (DGL)
   Skript MfC 2: Kapitel 5

6. Integrale von Funktionen mehrerer Variabler
   Skript MfC 2: Kapitel 1
   Übungsblatt 6: Kurvenintegrale
   Übungsblatt 7: Bereich-, Volumen-, und Oberflächenintegrale

Zwischentests
1. Zwischentest: Komplexe Zahlen und Vektorräume
2. Zwischentest: lineare Algebra
3. Zwischentest: DGL

Übungen

Komplexe Zahlen

1. Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $x + iy$, mit $x, y \in \mathbb{R}$:

   (a) $\dfrac{2+i}{1-2i}$ (*)(b) $\dfrac{(1+i)(2-i)}{1-i}$ (*)(c) $\dfrac{(1+2i)^2}{2+3i}$.

2. Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = 1 + i$ und $z_2 = \sqrt{3} - i$.

   (a) Veranschaulichen Sie die Lage von z_1 und z_2 in der komplexen Zahlenebene und zeichnen Sie die Polarkoordinaten ein.

   (b) Schätzen Sie mit Hilfe der Polardarstellung die Lage des Produktes $z_1 \cdot z_2$.

   (c) Berechnen Sie folgende Zahlen: $z_1 \cdot z_2$, $z_1 \cdot z_2^*$, $|z_1 \cdot z_2|$, $|z_1 \cdot z_2^*|$, z_1/z_2.

3. Skizzieren Sie in der komplexen Zahlenebene die Menge

   $\mathcal{M} := \{z \in \mathbb{C} \mid |z-2| < 2\}$.

4. (*) Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_2 = \sqrt{3} - i$ und $z_3 = 1 + i\sqrt{3}$.

   (a) Bestimmen Sie die Polardarstellung von z_2, z_3, z_2^* und z_3^*.

   (b) Berechnen Sie $z_2 \cdot z_2^*$ und $z_3 \cdot z_3^*$ in der Polardarstellung.

   (c) Benutzen Sie die Polardarstellung um z_2^4 und z_3^4 zu berechnen und vergleichen Sie die Ergebnisse.

5. Bestimmen Sie die Polardarstellung $z = re^{i\phi}$ von

   (a) $z = (1-i)^7$ (*)(b) $z = \dfrac{2}{1-i}$ (*)(c) $z = -1 - i$.

6. Berechnen Sie alle komplexen Lösungen z der folgenden Gleichungen und skizzieren Sie die Lösungen in der komplexen Zahlenebene.

   (a) $z^2 = \sqrt{3} + i$ (*)(b) $z^3 = -1$

Vektorräume

7. Überprüfen Sie die folgenden Sätze auf lineare Unabhängigkeit:

   (a) $(0, 2, -1)$, $(1, 3, 2)$

   (*)(b) $(0, 2, -1)$, $(1, 3, 2)$, $(-1, 3, 5)$

   (c) $(1, 7, 3)$, $(2, 4, 0)$, $(-1, -1, 1)$

   (*)(d) $(1, 7, 3)$, $(2, 4, 0)$, $(-1, -1, 1)$, $(2, -1, 5)$

8. Bestimmen Sie einen Wert $\varphi \in \mathbb{R}$, für den die folgenden Vektoren linear abhängig sind

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$$

Veranschaulichen Sie das Ergebnis durch eine Skizze.

9. Gegeben sei die Basis $\{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2\}$ des $\mathbb{R}^2$ mit $\mathbf{w}_1$ und $\mathbf{w}_2$ orthogonal und normiert (sogenannte Orthonormalbasis). Durch die Transformation

$$\mathbf{v}_1 = \cos(\varphi)\,\mathbf{w}_1 + \sin(\varphi)\,\mathbf{w}_2, \quad \mathbf{v}_2 = -\sin(\varphi)\,\mathbf{w}_1 + \cos(\varphi)\,\mathbf{w}_2, \quad \varphi \in \mathbb{R}$$

wird eine weitere Basis $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ des $\mathbb{R}^2$ definiert.

   (a) Interpretieren Sie die Basistransformation geometrisch.

   (b) Bestimmen Sie für $\varphi = \pi/4$ die Rücktransformation, d.h. die Koeffizienten α_{ij} der Gleichung $\mathbf{w}_i = \sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij}\mathbf{v}_j$.

   (c) Gegeben sei der Vektor $\mathbf{x} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$. Bestimmen Sie die Koordinaten von $\mathbf{x}$ bezüglich der Basis $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ für $\varphi = \pi/4$.