Prof. Dr. D. Egorova

SoSe 2010
Blatt 6
30.6.2010

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Chemiker 2

Ankündigungen

Vorlesungsskript & Aktuelles:	`http://ravel.phc.uni-kiel.de/`
Klausur:	Dienstag 27.7.2010, 10-12 Uhr, Hörsaal OHP 5 Chemie I
2. Zwischentest	Mittwoch 7.7.2010, 8-9 Uhr, Inhalt: DGL

Übungen

Kurvenintegrale

1. Berechnen Sie für das reelle Vektorfeld $\mathbf{f}(x,y) = \begin{pmatrix} xy \\ -y^2 \end{pmatrix}$ das Kurvenintegral $\int_C \mathbf{f} \cdot \mathrm{d}\mathbf{r}$ für folgende Kurven C:
   (a) $C(t) = (\sin t, \cos t)$ für $0 \leq t \leq \pi/2$, d.h. zwischen den Punkten $\mathbf{p} = (0,1)$ und $\mathbf{q} = (1,0)$,
   (b) $C(t) = (2t, \sqrt{1-4t^2})$ für $0 \leq t \leq 1/2$,
   (c) die direkte Verbindungsstrecke zwischen den Punkten $\mathbf{p} = (0,1)$ und $\mathbf{q} = (1,0)$.

2. Gegeben sei die Kurve $C : [-2\pi, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$, $C(t) = (r_0 \cos(t), r_0 \sin(t), ht/2\pi)$, wobei $r_0, h \in \mathbb{R}$.
   (a) Skizzieren Sie die Kurve.
   (b) Berechnen Sie die Länge der Kurve C.
   (c) Berechnen Sie das skalare Kurvenintegral $\int\limits_C g \, \mathrm{d}s$ für $g(x,y,z) = z^2$.

3. Gegeben sei das Vektorfeld $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit
$$\mathbf{f}(x_1, x_2, x_3) = (x_2 + x_3, x_1 + x_3, x_1 + x_2)^T.$$
   (a) Begründen Sie, warum für $\mathbf{f}$ eine Stammfunktion existiert.
   (b) Betrachten Sie den geradlinigen Weg $C_{\mathbf{x}_0}$ vom Koordinatenursprung zum Punkt $\mathbf{x}_0 = (x_{01}, x_{02}, x_{03})$. Geben Sie eine Parametrisierung für diesen Weg mit dem Parameter $t \in [0,1]$ an und berechnen Sie das Kurvenintegral
$$\int\limits_{C_{\mathbf{x}_0}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \cdot \mathrm{d}\mathbf{x}.$$
   Lesen Sie daraus die Stammfunktion φ von $\mathbf{f}$ ab.
   (c) Welchen Wert hat das Kurvenintegral für einen geschlossenen Weg vom Koordinatenursprung zum Punkt $\mathbf{x}_0$ und wieder zurück?
   (d) Berechnen Sie die Arbeit, die nötig ist, um einen Massenpunkt von $\mathbf{P}_1 = (1,1,1)$ nach $\mathbf{P}_2 = (2,1,0)$ im durch $\mathbf{f}$ gegebenen Kraftfeld zu verschieben. (Hinweis: Arbeit $W = -\int\limits_C \mathbf{f} \cdot \mathrm{d}\mathbf{x}$)