

Übungen zur Vorlesung Mathematik für Chemiker 2

Fourierreihen und Fouriertransformation

Formelsammlung

$$e^{\pm ix} = \cos(x) \pm i \sin(x); \quad \cos(x) = \frac{1}{2} (e^{ix} + e^{-ix}); \quad \sin(x) = \frac{1}{2i} (e^{ix} - e^{-ix})$$

$$\cosh(x) = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x}) = \cos(ix); \quad \sinh(x) = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x}) = i \sin(-ix) = -i \sin(ix)$$

$$\int dy e^{-\alpha y} \cos(y) = \frac{\alpha}{\alpha^2 + 1} e^{-\alpha y} \left(\cos(y) + \frac{1}{\alpha} \sin(y) \right), \quad \alpha \in \mathbb{C}$$

1. (a) Entwickeln Sie die Funktion $\cosh(x)$ im Intervall $[-\pi, \pi]$ in die Fourierreihe. Was kann man über die Symmetrie der Funktion lernen wenn die Entwicklung in der sin / cos-Form dargestellt wird?
- (b) Entwickeln Sie die Funktion $\sinh(x)$ im Intervall $[-\pi, \pi]$ in die Fourierreihe. Was kann man über die Symmetrie der Funktion lernen wenn die Entwicklung in der sin / cos-Form dargestellt wird?

2. Gegeben sind die Funktionen

(a) $f(x) = |x|$

(b) $g(x) = x$

Entwickeln Sie diese Funktionen auf dem Intervall $[-\pi, \pi]$ direkt in die sin / cos-Form der Fourierreihe. Beachten Sie dabei ihre Symmetrie.

3. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Fourier-Transformation dieser Funktion.